$DEFGHK$，如图(3)，

$\therefore DE /\!/ HG, HK /\!/ EF, DE=EF=FG=HG=KH=DK$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC, \triangle BKH \backsim \triangle BAC$，

$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}, \dfrac{KH}{AC}=\dfrac{BK}{AB}$.

设 $DE=EF=FG=HG=KH=DK=x$，

则 $\dfrac{x}{6}=\dfrac{AD}{3}=\dfrac{AE}{4}, \dfrac{x}{4}=\dfrac{BK}{3}$，

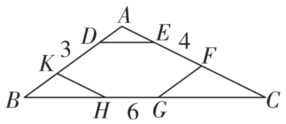
$\therefore AD=\dfrac{1}{2}x, AE=\dfrac{2}{3}x, BK=\dfrac{3}{4}x$.

$\because AB=AD+DK+BK=3$，

$\therefore \dfrac{1}{2}x+x+\dfrac{3}{4}x=3$，

解得 $x=\dfrac{4}{3}$，

$\therefore \triangle ADE$ 的各边长为 $AD=\dfrac{1}{2}x=\dfrac{2}{3}, AE=\dfrac{2}{3}x=\dfrac{8}{9}, DE=x=\dfrac{4}{3}$.（答案不唯一）

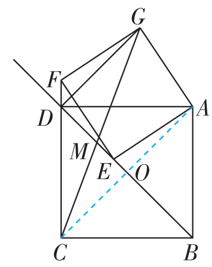


图(3)

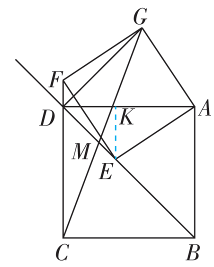
4.【解】(1) $BD \perp DG$. 理由如下：在正方形 $ABCD$ 和正方形 $AEFG$ 中，$AB=AD, AE=AG$，$\angle BAD=\angle EAG=90°$，$\therefore \angle BAE=\angle DAG=90°-\angle DAE$，$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DAG$ (SAS)，$\therefore \angle ABE=\angle ADG$. $\because \angle ABD+\angle ADB=90°$，$\therefore \angle ADG+\angle ADB=90°$，即 $\angle BDG=90°$，$\therefore BD \perp DG$.

(2) 如图(1)，连接 AC 交 BD 于点 O，则 $\angle COD=90°$.

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 8，$\therefore AC=BD=\sqrt{2}AB=8\sqrt{2}$，$\therefore OC=OD=4\sqrt{2}$，$\therefore OM=OD-DM=4\sqrt{2}-DM$. $\because \angle COM=\angle GDM=90°$，$\angle CMO=\angle GMD$，$\therefore \triangle CMO \backsim \triangle GMD$，$\therefore \dfrac{DG}{OC}=\dfrac{DM}{OM}$，即 $\dfrac{a}{4\sqrt{2}}=\dfrac{DM}{4\sqrt{2}-DM}$，解得 $DM=\dfrac{4\sqrt{2}a}{4\sqrt{2}+a}$. $\because \angle BDG=90°$，$\therefore \tan\angle CMB=\tan\angle DMG=\dfrac{DG}{DM}=a\cdot\dfrac{4\sqrt{2}+a}{4\sqrt{2}a}=\dfrac{\sqrt{2}a+8}{8}$，故答案为 $\dfrac{\sqrt{2}a+8}{8}$.



图(1)

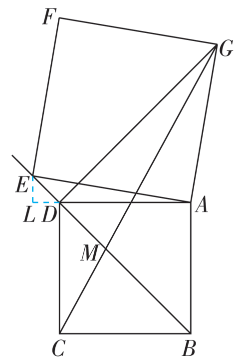


图(2)

(3) 当点 E 在线段 BD 上时，如图(2)，过 E 作 $EK \perp AD$ 于点 K.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore \angle ADE=45°$，$\therefore \triangle DEK$ 为等腰直角三角形，$\therefore DK=EK=DE\cdot\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$，$\therefore AK=AD-DK=8-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$. 在 Rt$\triangle AKE$ 中，$AE^2=EK^2+AK^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2+\left(8-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2=x^2-8\sqrt{2}x+64$，$\therefore S=AE^2=x^2-8\sqrt{2}x+64$.

当点 E 在 BD 延长线上时，如图(3)，过 E 作 $EL \perp AD$ 交 AD 延长线于点 L.



图(3)

同理可得 $EL=DL=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$，$\therefore AL=AD+DL=8+\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$. 在 Rt$\triangle ALE$ 中，$AE^2=EL^2+AL^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2+\left(8+\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2=x^2+8\sqrt{2}x+64$，$\therefore S=AE^2=x^2+8\sqrt{2}x+64$. 综上，$S$ 与 x 的函数表达式为 $S=x^2-8\sqrt{2}x+64$ 或 $S=x^2+8\sqrt{2}x+64$.

第三部分　中考新趋势

2025 年全国中考数学新考向推荐

刷趋势

1. A　【解析】从正面看题图可得，上面是长方形，下面是梯形，故选 A.

2. A　【解析】依题意有 $\begin{cases} x+y=100, \\ 300x+\dfrac{500}{7}y=10\ 000, \end{cases}$ 故选 A.

3. (1,1)（答案不唯一）　【解析】$\because y=-x+2$，

∴ 当 $x=1$ 时，$y=-1+2=1$，

∴ 点 B 的坐标可以为 $(1,1)$，

故答案为 $(1,1)$（答案不唯一）.

关键点拨

可以令 $x=1$，也可以令 x 为任意不为 0 的数，求出对应的 y 值.

4. $AC\perp BD$（答案不唯一）　**【解析】**∵ 对角线互相垂直的平行四边形是菱形，

∴ 添加一个条件 $AC\perp BD$，使平行四边形 $ABCD$ 为菱形. 故答案为 $AC\perp BD$（答案不唯一）.

5. C　**【解析】**分析所给数据：

水的质量 x/g	4.5	9	18	36	45
氢气的质量 y/g	0.5	1	2	4	5
$\frac{y}{x}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

由上表可知 $\frac{y}{x}=\frac{1}{9}$，∴ $y=\frac{1}{9}x$. 故选 C.

6. $\frac{1}{3}$　**【解析】**从四件物品中任选两件共有 6 种组合：(10 g, 20 g)，(10 g, 30 g)，(10 g, 40 g)，(20 g, 30 g)，(20 g, 40 g)，(30 g, 40 g)，其中符合平衡条件的共有 2 种：(10 g, 40 g)，(20 g, 30 g)，∴ 天平恢复平衡的概率为 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

7.【解】(1) ∵ 太阳光线是平行光线，∴ $\angle EFD=\angle ADC$.

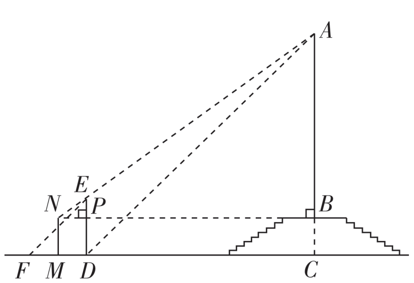
又∵ $\angle EDF=\angle ACD=90°$，∴ $\triangle EFD\backsim\triangle ADC$，∴ $\frac{DF}{CD}=\frac{DE}{CA}$.

∵ $DF=DE$，∴ $CD=CA$.

(2) 设 NB 与 DE 的交点为 P，如图.

由题意得 $PN=DM=1$，$DP=BC=MN=1.2$，$BN=CM$，∴ $PE=DE-DP=2.1-1.2=0.9$.

设 $AB=x$，则 $CD=CA=AB+BC=x+1.2$，∴ $BN=CM=CD+DM=x+1.2+1=x+2.2$.



在 Rt$\triangle PNE$ 中，$\tan\angle PNE=\frac{PE}{PN}=\frac{0.9}{1}=0.9$.

在 Rt$\triangle BNA$ 中，$\tan\angle BNA=\frac{AB}{BN}=0.9$，∴ $AB=0.9BN$，

∴ $x=0.9(x+2.2)$，解得 $x=19.8$.

答：纪念碑 AB 的高度为 19.8 m.

(3) 小红的结果误差较大，原因可能是平台底部点 C 不可直接到达，间接测量时产生了较大的误差（原因合理即可）.

8.【解】(1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle OAB=\angle DAC=45°$，$AD=\sqrt{2}OA$，

∴ 旋转角为 $45°$，$k=\frac{AD}{OA}=\sqrt{2}$，

故答案为 $45°$，$\sqrt{2}$.

(2) 如题图(2)，根据题意得 $\triangle AEF\backsim\triangle AOB$，

∴ $\angle EAF=\angle OAB$，$\frac{AF}{AB}=\frac{AE}{AO}$，

∴ $\angle FAB=\angle EAO$，$\frac{AF}{AE}=\frac{AB}{AO}$，

∴ $\triangle AFB\backsim\triangle AEO$，∴ $\frac{BF}{OE}=\frac{AB}{AO}$.

∵ $\angle OAB=45°$，$\angle AOB=90°$，

∴ $\frac{AB}{AO}=\sqrt{2}$，∴ $\frac{BF}{OE}=\frac{AB}{AO}=\sqrt{2}$.

(3) $\frac{BF}{OE}$ 的值与 α 无关.

理由：如图，同(2)可证 $\triangle AFB\backsim\triangle AEO$，∴ $\frac{BF}{OE}=\frac{AB}{AO}$.

∵ 菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60°$，∴ $\angle ABO=30°$.

∵ O 是 AB 的垂直平分线与 BD 的交点，∴ $AO=BO$，

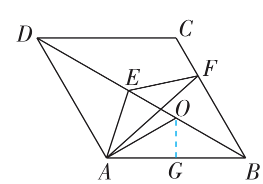
∴ $\angle BAO=\angle ABO=30°$.

过点 O 作 $OG\perp AB$ 于点 G，

∴ $AB=2BG$，$\cos\angle ABO=\frac{BG}{OB}=\frac{BG}{OA}=\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴ $\frac{AB}{OA}=\sqrt{3}$，∴ $\frac{BF}{OE}=\frac{AB}{AO}=\sqrt{3}$，

∴ $\frac{BF}{OE}$ 的值与 α 无关.



(4) 同(3)可证，$\angle BAO=\angle OBA=\frac{\beta}{2}$，$\frac{BF}{OE}=\frac{AB}{OA}=2\cos\frac{\beta}{2}$，$OA=OB$，∴ $BF=OE\cdot 2\cos\frac{\beta}{2}$，$BA=OB\cdot 2\cos\frac{\beta}{2}$.

∵ $BE=OE+OB$，

∴ $BF+BA=OE\cdot 2\cos\frac{\beta}{2}+OB\cdot 2\cos\frac{\beta}{2}=2(OE+OB)\cos\frac{\beta}{2}=2BE\cos\frac{\beta}{2}$，即 $BF+BA=2BE\cos\frac{\beta}{2}$.